

---

## REFLEXIÓN DE LA ENSEÑANZA: LA SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS EN EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

Diana Elizabeth AGUILAR GUILLÉN  
y Rosa Delia CERVANTES CASTRO  
*Universidad Autónoma de Tamaulipas, México*

### RESUMEN

*El presente artículo es de carácter reflexivo; las autoras se han dado a la tarea de revisar los resultados de México en las pruebas PISA y PLANEA, así como indagar en los planes y programas actuales en el país sobre los aprendizajes esperados respecto a las matemáticas, específicamente en lo relativo a lo geométrico.*

*A partir de esto se establece una propuesta para el uso de la teoría socioepistemológica como una posible herramienta de mejora para la enseñanza de la semejanza de triángulos en Educación Media Superior.*

Palabras clave: enseñanza, aprendizaje, geometría, triángulos semejantes, teoría socioepistemológica.

### REFLECTION ON TEACHING: TRIANGLE SIMILARITY IN UPPER SECONDARY EDUCATION ABSTRACT

*This article is reflective in nature; the authors have undertaken the task of reviewing Mexico's results in the PISA and PLANEA tests, as well as investigating the current plans and programs in the country regarding expected learning in mathematics, specifically in relation to geometry.*

*From this, a proposal for the use of the socioepistemological theory as a possible improvement tool for the teaching of the similarity of triangles in High School Education is established.*

Keywords: teaching, learning, geometry, similar triangles, socioepistemological theory.

## INTRODUCCIÓN

La geometría ha sido muy importante dentro de las ramas de la Matemática, ya que permite relacionar cada figura o cuerpo geométrico, actuando en un contexto real en la vida de la sociedad.

La principal finalidad de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría es conectar a los alumnos con el mundo en el que se mueven, pues el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana (Barrantes *et al.*, 2014a:3). Es decir, los alumnos, una vez comenzando a aprender de la geometría, podrán comprender la construcción física de los objetos.

En la actualidad en México es en Educación Media Superior (Subsecretaría de Educación Media Superior, 2018) el espacio donde se trabaja la semejanza de triángulos en el desarrollo del Bloque I de la asignatura Matemáticas II de Geometría y Trigonometría, y es prioritario enfocarse en su enseñanza para alcanzar resultados satisfactorios. Sin embargo, la enseñanza tradicional sigue presente en la formación geométrica de los estudiantes. “En la enseñanza tradicional de la geometría en los libros de texto se encuentran estilos generalizados de conceptos y figuras geométricas, limitando el desarrollo del pensamiento abierto del estudiante” (Barrantes *et al.*, 2014b:24).

Enríquez *et al.* (sin fecha), establecen en el libro de texto de *Matemáticas II* que: “Se podría afirmar, con lo que ya se conoce, que dos triángulos son semejantes si poseen una misma forma (todos sus ángulos de la misma medida) y sus partes guardan una proporción (lados)”. En el desarrollo de este texto, se lleva a cabo la revisión de los aprendizajes esperados respecto a la semejanza de triángulos y la geometría en Educación Media Superior, Con esto se puede iniciar una noción formal de las matemáticas para conocer dos triángulos semejantes.

Realizando un enfoque en el aprendizaje, se puede decir que “el aprendizaje es un proceso dinámico, prolongado en el tiempo; la evaluación formativa y continuada quiere acompañar todo el proceso teniendo en cuenta los factores cognitivos, estratégicos, afectivos y

contextuales del alumno” (Fernández, 2017). Llevar al alumno a un aprendizaje requiere de tiempo, en el cual se actúa a partir de ciertas características que rodean a los alumnos para realizar el proceso de enseñanza- aprendizaje.

El discurso Matemático Escolar (dME), según Cantoral *et al.* (2015a), afirman: “La matemática escolar se rige por un sistema de razón, al cual denominamos Discurso Matemático Escolar, fuertemente centrado en el valor mismo de los conceptos puros”, siendo así las formas en las que los docentes presentan los contenidos matemáticos.

Cantoral *et al.* (2015b) mencionan que este discurso “subyace a lo inmediatamente visible, lo ostensible, explícito u objetivo, los contenidos y sus concepciones: planes y programas de estudio, libros de texto, exposición de aula, pero también a las creencias y concepciones de profesores”.

Es decir, todo lo que se dice y hace en el aula, partiendo desde los planes y programas de estudio, determina el discurso, que depende, en su mayoría, de las concepciones de los profesores.

## PROPUESTAS DIDÁCTICAS

Se tomaron en cuenta propuestas didácticas para revisar lo que se ha propuesto en el caso de la semejanza de triángulos. Briseño y Alamillo (2017) realizan una propuesta didáctica en la cual se utilizan materiales didácticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, permitiendo a los estudiantes trabajar más aspectos visuales y de orientación de las figuras. Clasifican el material dependiendo de las habilidades que desarrollarán los estudiantes, presentan modelos, dibujos 2D y 3D, rompecabezas geométricos, transformaciones dinámicas, objetos de entorno real, entre otras opciones.

Asprilla (2017) establece en su tesis que su propuesta didáctica de la semejanza de triángulos trabaja con actividades teóricas y prácticas generando aprendizaje significativo que le permitan al estudiante enfrentarse a problemas de su contexto.

Sordo (2006) realiza una estrategia didáctica de semejanza de triángulos utilizando un programa de geometría dinámica para trabajar los trazos y mediciones de los triángulos. De esta forma, se permite un mejor análisis y comprensión del comportamiento de los triángulos y la identificación de los criterios de semejanza, a partir de las ilustraciones que se muestran con el software dinámico. Asimismo, permite la manipulación de medidas de lados y de ángulos para realizar actividades más específicas.

Martínez y Sanhueza (2017) realizan en su tesis una propuesta didáctica para estudiantes de media superior utilizando tablets en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la semejanza de triángulos, en la cual se permite un mejor análisis para la manipulación de las figuras geométricas y sus criterios de semejanza.

Erazo (2019) utiliza en su tesis las herramientas tecnológicas digitales. En este caso, aquéllas que permiten un estudio de la geometría dinámica, por ejemplo, GeoGebra; estas herramientas son de gran utilidad para trasladar los ejemplos geométricos impresos a softwares que permiten la manipulación del objeto geométrico a tratar.

Tal y como se ha revisado en las tesis y propuestas de estrategias de enseñanza- aprendizaje, la tecnología está en nuestro presente y continuará en el futuro, por tanto, utilizarla para sacar provecho de sus versatilidades permitirá un buen desempeño de los estudiantes. Ya las generaciones de hoy en día están muy familiarizadas con el manejo de estas herramientas, y aprender a usarlas lleva consigo aprender el contenido matemático.

## **MÉXICO, DESDE EL ANÁLISIS DE LOS ORGANISMOS EVALUADORES INTERNACIONALES EN EL CONTEXTO DE LAS MATEMÁTICAS**

**M**éxico, como muchos otros países, ha sido valorado por organismos evaluadores internacionales para medir el desempeño y conocimiento que tienen los estudiantes de distintos grados en

lectura, ciencias y matemáticas, en el caso de El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés) (OCDE, 2007). Para efectos de esta investigación, se hará énfasis en los resultados que se ha tenido en el área de matemáticas.

Para entrar en contexto sobre qué es PISA, es un programa de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) que evaluó en su prueba más reciente (2018) a 78 países, entre ellos, México. PISA, tiene por objeto evaluar hasta qué punto los alumnos cercanos al final de la educación obligatoria han adquirido algunos de los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad del saber (PISA, 2007).

En el caso de matemáticas, la OCDE (2007) especifica que “El concepto general de competencia matemática se refiere a la capacidad del alumno para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas”, siendo esto lo que se evalúa en cada una de sus pruebas.

Los resultados de PISA se separan en siete niveles (en el caso de matemáticas) dependiendo del desempeño que hayan tenido los estudiantes. Debajo de nivel 1 (menos de 358 puntos), Nivel 1 (de 358 a 420 puntos), Nivel 2 (de 421 a 482 puntos), Nivel 3 (de 483 a 544 puntos), Nivel 4 (de 545 a 606 puntos), Nivel 5 (de 607 a 668 puntos), Nivel 6 (más de 668 puntos).

En cada uno de estos niveles la OCDE establece las capacidades de los estudiantes, siendo el nivel debajo de 1 el desempeño más bajo y el nivel 6, el más alto (OCDE, 2007). La descripción de cada uno de los niveles se muestra en la Tabla 1.

<b>Tabla 1. Niveles de desempeño PISA.</b>		
<b>Nivel</b>	<b>Puntuación</b>	<b>Descripción</b>
Debajo de 1	Menos de 358	Se trata de estudiantes que no son capaces de realizar las tareas de matemáticas más elementales que pide PISA.

Nivel 1	358 a 420	Los estudiantes son capaces de contestar preguntas que impliquen contextos familiares, donde toda la información relevante esté presente y las preguntas estén claramente definidas. Son capaces de identificar información y desarrollar procedimientos rutinarios conforme a instrucciones directas en situaciones explícitas.
Nivel 2	421 a 482	Los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren únicamente de inferencias directas. Pueden extraer información relevante de una sola fuente y hacer uso de un solo tipo de representación. Pueden emplear algoritmos, fórmulas, convenciones o procedimientos básicos. Son capaces de hacer interpretaciones literales de los resultados.
Nivel 3	483 a 544	Los estudiantes son capaces de ejecutar procedimientos descritos claramente, incluyendo aquéllos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias simples de solución de problemas. Pueden interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información, así como razonar directamente a partir de ellas.
Nivel 4	545 a 606	Los estudiantes son capaces de trabajar efectivamente con modelos explícitos para situaciones complejas concretas. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo símbolos y asociándolos directamente a situaciones del mundo real.
Nivel 5	607 a 668	Los estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos para situaciones complejas. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas complejos relacionados con estos modelos. Pueden trabajar de manera estratégica, al usar ampliamente habilidades de razonamiento bien desarrolladas, representaciones de asociación y caracterizaciones simbólicas y formales.

Nivel 6	Más de 668	Los estudiantes son capaces de conceptualizar, generalizar y utilizar información basada en sus investigaciones y en su elaboración de modelos para resolver problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información.
<i>Fuente: Elaboración propia.</i>		

La evaluación más reciente realizada por PISA, en la cual participó México, fue en el año 2018; aproximadamente el 44 % de los estudiantes obtuvieron una puntuación correspondiente al nivel 2 o superior (OCDE, 2019).

## LA ENSEÑANZA ACTUAL DE LAS MATEMÁTICAS EN MÉXICO EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR

**E**n México, las matemáticas son parte de la educación desde Preescolar, enseñando una aritmética muy básica para comenzar a conocer los números y cómo podrían emplearse para representar cantidades, fechas, mediciones, etc. Posteriormente, en Educación Básica, específicamente en Primaria, es cuando se formalizan los procedimientos aritméticos como suma, resta, multiplicación y división; también se enseña sobre geometría y se comienzan a tener nociones del álgebra. En Secundaria es cuando esas nociones del álgebra comienzan a tomar un sentido matemático formal (Secretaría de Educación Pública, 2019).

Pero en el caso de la enseñanza de las matemáticas en Educación Media Superior; el contenido matemático va avanzando, dependiendo el grado académico en el que se encuentren los estudiantes. Desde álgebra, geometría y trigonometría, geometría analítica, cálculo diferencial, cálculo integral, probabilidad y estadística, correspondiendo cada uno a los seis semestres que se trabajan en Educación Media Superior (Godoy *et al.*, 2017).

Nos parece pertinente el seguimiento de materias que se abordan en este nivel educativo, ya que el grado de complejidad de cada asignatura va de la mano con lo que se ve en los semestres ante-

riores. Es decir, para llegar al desarrollo del contenido de la asignatura de geometría analítica, el alumno debió haber cursado y aprendido los contenidos de álgebra, geometría y trigonometría.

## LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN EMS

**E**n la actualidad, en Educación Media Superior en México (Subsecretaría de Educación Media Superior, 2018) se trabajan la semejanza de triángulos en el Bloque I de la asignatura Matemáticas II de Geometría y Trigonometría.

Respecto a la enseñanza tradicional de la Geometría en general se aprecia que “En la enseñanza tradicional de la geometría, en los libros de texto se encuentran estilos generalizados de conceptos y figuras geométricas, limitando el desarrollo del pensamiento abierto del estudiante” (Barrantes *et al.*, 2014b:24), estandarizando la geometría y trabajando figuras geométricas específicas, dejando de lado las construcciones propias o la búsqueda de estas figuras en entornos reales, forzando un aprendizaje de los procedimientos y características específicas. “La enseñanza de la Geometría tradicionalmente ha tenido un enfoque deductivo, dándose prioridad a la memorización de conceptos, teoremas y fórmulas” (Barrantes *et al.*, 2014a:4).

## REVISIÓN DE TEMAS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS. PLANES Y PROGRAMAS DE ESTUDIO

**L**a asignatura está ubicada en el eje “Del tratamiento del espacio, la forma y la medida, a los pensamientos geométrico y trigonométrico dentro de los componentes estructura y transformación: elementos básicos de Geometría. Y trazado y angularidad: elementos de la Trigonometría plana”, separado en 15 temas a trabajar, a los cuales les denominan Contenidos Específicos (Godoy *et al.*, 2017). Estos temas se refieren a términos geométricos más importantes, así como también se trabajan problemas y situaciones, dependiendo la clasificación geométrica en la que se encuentren.

En el plan de estudios de Geometría y Trigonometría para bachillerato tecnológico se establece el siguiente aprendizaje espera-

do: “Descriptoros del proceso de aprendizaje e indicadores del desempeño que deben lograr los estudiantes para cada uno de los contenidos específicos” (Godoy *et al.*, 2017).

El plan de estudios de Geometría y Trigonometría para educación media superior realizado por la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS) establece lo siguiente sobre las competencias matemáticas:

Las competencias disciplinares básicas de Matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos (SEMS, 2017).

Por ello, consideramos que la Teoría Socioepistemológica permitirá que los estudiantes logren desarrollar las competencias disciplinares básicas de Matemáticas, ya que esta teoría ayuda a realizar una estructura mental no tradicional que admite un mejor análisis y razonamiento del contenido matemático.

El tema de semejanza de triángulos se encuentra en la segunda unidad de la asignatura y se establece el siguiente aprendizaje esperado: “Caracteriza y clasifica a las configuraciones espaciales triangulares según sus disposiciones y sus relaciones” (SEMS, 2017). Se especifica para la semejanza y congruencia de triángulos, sin embargo, para fines de esta investigación se tomará para la semejanza de triángulos.

En el plan de estudios revisado se establece que como producto esperado los estudiantes construyan un triángulo semejante a uno ya determinado.

La semejanza de triángulos y sus aprendizajes esperados se relacionan con las siguientes competencias matemáticas:

*M1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. (...) M4. Argumenta la solución obtenida de un problema,*

*con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (SEMS, 2017).*

Dichas competencias matemáticas van de la mano con una importante recomendación que se realiza para abordar temas geométricos en media superior: “Es importante el uso de la geometría y trigonometría en la comprensión de nuestro entorno como una serie de patrones reflejados en figuras geométricas” (SEMS, 2017). Se hace mucho énfasis en situaciones reales, contextualizadas, lo cual abre posibilidad de aplicar estrategias didácticas a partir de la Socioepistemología.

## REVISIÓN DE PROBLEMAS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS EN LA PRUEBA PLANEA

El Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) se puso en operación por primera vez en 2015, cuyos instrumentos se aplicaron a los alumnos de sexto de Primaria, tercero de Secundaria y del último grado de Educación Media Superior (PLANEA, 2020a).

Planea (2020b) evalúa los conocimientos de lenguaje, comunicación y matemáticas; establece cuatro niveles de logro, de los cuales se explica el conocimiento con el que deberían contar los estudiantes de Media Superior, dependiendo en cuál se haya ubicado el estudiante según sus respuestas. Esto se muestra en la tabla 2.

<b>Nivel</b>	<b>Descripción</b>
Nivel I	Los estudiantes que se ubican en este nivel tienen un conocimiento insuficiente de los aprendizajes clave incluidos en los referentes curriculares. Esto refleja mayores dificultades para continuar con su trayectoria académica.
Nivel II	Los estudiantes que se ubican en este nivel tienen un conocimiento elemental de los aprendizajes clave incluidos en los referentes curriculares.

Nivel III	Los estudiantes que se ubican en este nivel tienen un conocimiento satisfactorio de los aprendizajes clave incluidos en los referentes curriculares.
Nivel IV	Los estudiantes que se ubican en este nivel tienen un conocimiento sobresaliente de los aprendizajes clave incluidos en los referentes curriculares.
<i>Fuente: Elaboración propia.</i>	

Una vez revisados los Niveles de logro de PLANEA, para los aprendizajes esperados y competencias matemáticas relacionadas con la semejanza de triángulos se puede observar cómo es que los niveles de logro de PLANEA mencionan los aprendizajes clave (esperados), por lo que guardan estrecha relación.

## DIFICULTADES CONCEPTUALES EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Algo muy usual en todas las clases de geometría es el desarrollo plano de cuerpos y figuras geométricas en el pizarrón, cuadernos, etc., incluso de manera impresa para poder visualizar lo que se pretende enseñar. Sin embargo, esto genera que los estudiantes se queden con una idea fija sobre cómo es una figura geométrica.

Esos ejemplos son un apoyo visual que permite comprender características específicas de las figuras geométricas. A esto se le conoce como prototipos geométricos.

En la geometría existen diversos términos para hacer referencia a obstáculos en las representaciones geométricas. “Los distractores de orientación son aquellas propiedades visuales que se incluyen en el esquema conceptual del alumno y que no tienen nada que ver con la definición del concepto” (Barrantes *et al.*, 2014b:25).

Estos distractores encierran al alumno con una sola representación de la figura geométrica de la cual se habla, definiéndolas de alguna forma específica. Por ejemplo, el triángulo isósceles; los alumnos los asocian con un triángulo que tiene dos lados iguales más largos que el tercero, usando este tercer lado como base horizontal.

Sin embargo, no necesariamente este prototipo es la definición del triángulo isósceles.

Un triángulo no dejará de serlo por no estar ubicado en posición de uno de sus lados como base, ni tampoco por la relación entre sus lados y, mucho menos, por no tener alguno de sus lados congruentes, o por tener ángulo recto (en el caso que corresponda) en una posición que no es la horizontal-vertical (Rey, 2004).

En el caso de Larios (2006), denomina la rigidez geométrica como “fenómeno relacionado con la visualización de las figuras geométricas, el cual está influenciado fuertemente por la orientación de las representaciones gráficas”.

Rey (2004) establece que: “Cuando se necesita lograr que los estudiantes construyan un concepto de tipo geométrico, se recurre a ejemplos gráficos, visuales, que intentan incorporar una visión más o menos completa de las características del mismo”.

Es decir, estos ejemplos visuales contarán con las características geométricas que posea la figura o cuerpo con que se está trabajando. Sin embargo, estos prototipos aportan ciertas características extras que no pertenecen al concepto geométrico, lo cual generará las dificultades conceptuales y encerrará al estudiante en una sola representación de una figura geométrica, siendo que puede tener una infinidad de representaciones.

De las diferentes características de los prototipos que establece Rey, destacamos aquellas relacionadas con la figura triangular.

Como prototipos aparecen siempre triángulos equiláteros o isósceles. En ambos casos los triángulos siempre tienen uno de sus lados ubicados en forma horizontal (a modo de base) y en el caso de los isósceles siempre ubicados de esa manera y además con una relación lado mayor lado menor que identifique adecuadamente la diferencia entre los lados (Rey, 2004).

## TEORÍAS

Dos teorías son las que dan el fundamento principal para el diseño de la propuesta. Consideramos que ambas teorías van de la mano y pueden lograr que el aprendizaje del estudiante sea significativo y pueda ser aplicado en su contexto, no solamente en su cuaderno o libro de actividades. Dichas teorías son la socioepistemológica y la que versa sobre el aprendizaje significativo.

### *Teoría Socioepistemológica*

La palabra socioepistemología se compone de tres elementos socio – episteme – logos y, en ese sentido, plantea el tema de la construcción social del conocimiento. Aplicarla a la Matemática exige, por tanto, de un reto mayúsculo, pues se deben analizar las relaciones entre una ciencia formal y la vida en sociedad (Cantoral *et al.*, 2015).

La Socioepistemología trabaja un proceso de construcción del conocimiento a partir del entorno del individuo. En el caso de su aplicación a la matemática educativa, es tomar el entorno del estudiante para que éste lo convierta en contenido matemático. Esta teoría tiene sus orígenes en México. Según Cantoral (2013), “la Socioepistemología modela la construcción social del conocimiento matemático y de su difusión institucional, a través de dinámicas del saber”.

La Socioepistemología nace en la escuela mexicana de Matemática Educativa a fines de los años ochenta (...) con el objetivo de atender colectivamente un problema mayor: explorar formas de pensamiento matemático, fuera y dentro del aula, que pudiesen difundirse socialmente y ser caracterizadas para su uso efectivo entre la población” (Cantoral *et al.*, 2015).

La Teoría Socioepistemológica permite que, a través de un análisis cultural y de prácticas sociales, se pueda realizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, tomando la información del entorno de los alumnos para poder enfocar los objetos en relación con éstos. “La Socioepistemología propone modificaciones al nivel del dME, su rediseño (rdME), a través de plantearse el estudio de la construcción social del conocimiento matemático para atender al cuestionamiento del qué se aprende” (Reyes-Gasperini y Cantoral, 2014). Rediseñan-

do el discurso matemático escolar, se tendrán nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje, en el cual se tome en cuenta la construcción social de este conocimiento.

La Socioepistemología promueve una muy particular forma de estudiar los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas: abandona una tradicional mirada centrada en objetos, hacia otra centrada en prácticas, que es guiada por el constructo teórico de práctica social (Cantoral *et al.*, 2015).

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), trabaja a partir de cuatro principios importantes que ayudan a dar fundamento al significado del contenido: “principio de normatividad de las prácticas sociales, principio de racionalidad contextualizada, principio de relativismo epistemológico y el principio de resignificación progresiva” (Paz y Cantoral, 2019).

Los cuatro principios anteriores permiten identificar el contenido matemático en las actividades sociales. Una vez que se establece la relación del contexto con el contenido se debe establecer su evaluación, “El tratamiento didáctico de las distintas clases de funciones a través de sus representaciones gráficas enfrenta dificultades serias al momento de evaluar los logros al nivel de la comprensión por parte de los estudiantes” (Cantoral y Farfán, 2008), una vez que el alumno logra identificar las representaciones de los triángulos, así como también los procesos matemáticos formales y la identificación y resolución del contenido en su contexto. Buscando que el contenido matemático sea encontrado en el entorno del individuo y no sólo en el aula.

“Bajo el enfoque Socioepistemológico, se asume la legitimidad de toda forma de saber, sea éste popular, técnico o culto, pues todas estas formas en su conjunto constituyen la sabiduría humana” (Cantoral *et al.*, 2015). El discurso Matemático Escolar (dME) es todo lo que sucede en el aula para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La Teoría Socioepistemológica permite que, a través de un análisis cultural y de prácticas sociales, se pueda realizar el proceso

de enseñanza-aprendizaje, tomando la información del entorno de los alumnos para poder enfocar los objetos en relación con éstos. “La Socioepistemología propone modificaciones al nivel del dME, su rediseño (rdME), a través de plantearse el estudio de la construcción social del conocimiento matemático para atender al cuestionamiento del qué se aprende” (Reyes-Gasperini y Cantoral, 2014).

Rediseñando el discurso matemático escolar, se tendrán nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje, en el cual se tome en cuenta la construcción social de este conocimiento.

“La Socioepistemología promueve una muy particular forma de estudiar los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas: abandona una tradicional mirada centrada en objetos hacia otra centrada en prácticas que es guiada por el constructo teórico de práctica social” (Cantoral *et al.*, 2015).

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), trabaja a partir de cuatro principios importantes que ayudan a dar fundamento al significado del contenido: “principio de normatividad de las prácticas sociales, principio de racionalidad contextualizada, principio de relativismo epistemológico y el principio de resignificación progresiva” (Paz y Cantoral, 2019).

Los cuatro principios anteriores permiten identificar el contenido matemático en las actividades sociales; una vez que se establece la relación del contexto con el contenido se debe establecer su evaluación.

## TEORÍA SOCIOEPISTEMOLÓGICA EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

**R**icardo Cantoral, autor de la Socioepistemología, realiza una recomendación de una orientación didáctica contextualizada sobre la semejanza de triángulos:

*Pida a los alumnos que dibujen sobre el plano cartesiano una fotografía de 3 unidades de base y 4 de altura. Enseguida pí-*

*dales que dibujen otras tres fotografías ampliadas. (...) Una vez que se han dibujado varios rectángulos cuya diagonal está sobre la misma recta, se plantea el problema de averiguar la medida del ángulo formado por la diagonal y el eje horizontal. Los alumnos pueden probar con el único recurso con el que cuentan, que es la medición directa con el transportador, después de lo cual se les puede explicar que otra manera de calcular la medida de ese ángulo es mediante los cocientes entre los lados del triángulo rectángulo que se (...) Dichos cocientes son razones trigonométricas que se pueden traducir en medidas de ángulos. Pídale que verifiquen con varios triángulos semejantes y con diferentes cocientes (Cantoral et al., 2015b).*

Este es un ejemplo en el cual se comienza a emplear gráficamente un conocimiento de la semejanza no directo. Es decir, la semejanza de los triángulos está ahí, sin embargo, no se dan cuenta de esto hasta que la figura se logra visualizar o descomponer como dos triángulos al observar el rectángulo con sus diagonales. En dicho ejemplo se puede observar que se busca que el estudiante comience a hacer lo que se solicite con lo que esté a su alcance.

La Teoría Socioepistemológica explicada anteriormente permite la creación de estrategias didácticas en las que se toma en cuenta el contexto de los estudiantes para la construcción del contenido matemático. En el caso de la semejanza de triángulos, se rescatan los objetos geométricos más importantes de su entorno y sus prácticas sociales.

## EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN LA GEOMETRÍA

**A**ntes de mencionar cómo se fusionaría el aprendizaje significativo en conjunto con la Teoría Socioepistemológica; necesitamos conocer sobre qué es en sí el aprendizaje significativo.

El aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información. Debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un in-

dividuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización (Ausubel, 1983).

Es importante la relación de los conocimientos previos que tienen los estudiantes, ya que éstos permiten la nueva construcción del conocimiento, mejorando la estructura cognitiva. Es esta estructura cognitiva lo que hace que lo que el estudiante aprende le sea significativo, es decir, le sea importante y aplicable en su vida.

Este proceso cognitivo mencionado con anterioridad permite una conexión entre los aprendizajes para beneficio del sujeto. “El Principio de Asimilación se refiere a la interacción entre el nuevo material que será aprendido y la estructura cognoscitiva existente origina una reorganización de los nuevos y antiguos significados para formar una estructura cognoscitiva diferenciada” (Ausubel, 1983). Sin aquellos conocimientos previos o la utilización de algo ya conocido por el estudiante no se tendrá un aprendizaje que le sea significativo.

La enseñanza de la geometría para un aprendizaje significativo (...) es poco considerada por los docentes, a pesar de su gran importancia, ya que no solamente el niño aprende a hacer cálculos y a desarrollar habilidades como: el dibujo, verbales, representación (...), sino que también tiene relación muy directa con nuestra vida (Pérez, 2009).

La geometría está siempre presente en nuestra vida, y por ello es importante que se utilice esto que el alumno ya conoce para contextualizar el contenido, evitando que las clases sean solamente el contenido matemático en su procedimiento tradicional.

## CONCLUSIÓN

**E**xiste un punto de fusión de la Teoría de Aprendizaje Significativo y la Teoría Socioepistemológica. Consideramos que al rescatar el conocimiento previo que requiere el aprendizaje significativo, tomándolo como la parte contextual apoyado por la Socioepistemología, de la cual el alumno obtendrá el contenido matemático, se generará un proceso mental significativo, ya que será el estudiante quien a partir de lo que ya conoce pueda realizar la construcción del

conocimiento del contenido matemático. En este caso: la semejanza de triángulos.

Consideramos que ambas teorías permitirán que el estudiante pueda llegar a una construcción del contenido matemático y que esto le sea significativo y aplicable a diversas situaciones en su vida, así como también, mejorar los resultados de México en las pruebas PISA y PLANEA.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASPRILLA, Y. (2017). *Estrategia didáctica que contribuya a la apropiación del concepto de proporcionalidad aplicado en la solución de triángulos semejantes utilizando la metodología de aula taller*. Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias, Colombia.
- AUSUBEL, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1(1-10).
- BARRANTES, M.; BALLESTRO, I. y FERNÁNDEZ, M. (2014a). Enseñar geometría en secundaria. In Memoria del Congreso Iberoamericano de Ciencia, *Tecnología, Innovación y Educación*, 1-14. Argentina
- BARRANTES, M.; BALLESTRO, I. y FERNÁNDEZ, M. (2014b). La componente visual de la geometría en los libros de textos de Secundaria. *Revista Premisa*, 16(62).
- BRICEÑO, E. y ALAMILLO, L. (2017). Propuesta de una situación didáctica con el uso de material didáctico para la comprensión de la noción de semejanza en estudiantes de segundo de secundaria. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 8(15), 111-131.
- CANTORAL, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento* (1a ed.). Editorial Gedisa, S.A., Barcelona.
- CANTORAL, R. y FARFÁN, R. (2008). *Socioepistemología y matemáticas*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, México, (21)
- CANTORAL, R. y REYES-GASPERINI, D. (2014). Socioepistemología y Matemáticas: del Aula Extendida a la Sociedad del Conocimiento. "Todo lo que siempre quisiste saber y nunca te animaste a preguntar". *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. Brasil. 28(48),360-382
- CANTORAL, R.; MONTIEL, G. y REYES-GASPERINI, D.

- (2015a). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: El caso de Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México.
- CANTORAL, R.; MONTIEL, G. y REYES-GASPERINI, D. (2015b). Análisis del discurso matemático escolar en los libros de texto. Una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. México, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México.
- ENRÍQUEZ, C.; DÍAS, D.; MORENO, F.; VALENCIA, V. y GARCÍA, A. (Sin fecha). *Libro de Texto Geometría y Trigonometría Educación Media Superior*. Comité Estatal de Obra Editorial DGETA-Sonora, México.
- ERAZO, E. (2019). *Estrategias dinámicas en la enseñanza de congruencias y semejanzas de triángulos*. Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación. Universidad de Guayaquil.
- FERNÁNDEZ, S. (2017). Evaluación y aprendizaje. MarcoELE. *Revista de Didáctica Español Lengua Extranjera*, (24).
- GODOY, G.; ARREOLA, M.; GARCÍA, R.; MONTAÑO, F.; GONZÁLEZ, D.; DELINO, A.; REYES, E.; HERNÁNDEZ I. y TALAMANT, V. (2017). *Programa de estudios del componente básico del marco curricular común de la educación media superior*. Secretaría de Educación Pública, México.
- LARIOS, V. (2006). La rigidez geométrica y la preferencia de propiedades geométricas en un ambiente de geometría dinámica en el nivel medio. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 361-382.
- LLANTÉN, J. y BERMÚDEZ, M. (2014). *Una aproximación al aprendizaje de la semejanza de triángulos en GeoGebra*. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía, Colombia
- MARTÍNEZ, C. y SANHUEZA, X. (2017). *Propuesta metodológica-didáctica para el aprendizaje de semejanza de triángulos con el uso de Tablet*. Universidad de Concepción, Facultad de Educación. México
- OCDE (2007). *El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve*. OCDE.
- OCDE (2019). *Programa para la evaluación internacional de los alumnos (PISA)*. PISA 2018-Resultados.

- PÉREZ, K. (2009). *Enseñanza de la geometría para un aprendizaje significativo a través de actividades lúdicas*. Universidad de los Andes. Trujillo, Venezuela.
- PROGRAMA PARA LA EVALUACIÓN INTERNACIONAL DE ALUMNOS (2007). *PISA en español*. Recuperado de: <https://www.oecd.org/pisa/pisaenespaol.htm>
- PLAN NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (2017). *Prueba Planea Media Superior*. Secretaría de Educación Pública. México.
- PLAN NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (2020a). *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes*. México.
- PLAN NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES (2020b). *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes: Educación Media Superior*. México.
- REY, J. (2004). Dificultades conceptuales generadas por los prototipos geométricos o cuando los modelos ayudan, pero no tanto. *Revista Premisa*. Argentina
- REYES-GASPERINI, D. y CANTORAL, R. (2014). Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Brasil 28(48), 360-382.
- SEMS (2017). *Programas de estudio para el bachillerato tecnológico*. Subsecretaría de Educación Media Superior. México
- SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA (2019). *Plan y programas de estudio para la educación básica: Mapa curricular*. Secretaría de Educación Pública. México
- SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (2018). *Matemáticas II. Geometría y Trigonometría*. Subsecretaría de Educación Media Superior. México
- URBINA, E. (2020). Investigación cualitativa. *Applied Sciences in Dentistry*. Chile.

**Diana Elizabeth AGUILAR GUILLÉN**

Licenciada en Ciencias de la Educación con acentuación en Enseñanza de las Matemáticas por la Unidad Académica Multidisciplinaria de Ciencias, Educación y Humanidades de la Universidad Autónoma de Tamaulipas (UAT).  
Líneas de investigación: enseñanza de la geometría y álgebra,

AGUILAR G., D.E. y CERVANTES C., R.D.

uso de material didáctico y herramientas tecnológicas matemáticas para el proceso de enseñanza- aprendizaje de la geometría.

Correo E.: elizabethh\_aguilarutlook.com

**Rosa Delia CERVANTES CASTRO**

Egresada y profesora de tiempo completo de la Unidad Académica Multidisciplinaria de Ciencias, Educación y Humanidades de la Universidad Autónoma de Tamaulipas (UAT). Maestra en Desarrollo de Recursos Humanos y Doctora por la misma universidad. Imparte cursos curriculares y materias de tronco común en la UAMCEH, y es asesora de tesis de licenciatura, maestría y doctorado ofrecidas por esta unidad. Ha publicado artículos en revistas y en compilaciones de congresos. Líneas de investigación: enseñanza de las ciencias y educación en valores

Correo E.: rosicervantes@hotmail.com, rdcervantes@docentes.uat.edu.mx