Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades SOCIOTAM
Vol. XXVIII, N. 1 (2018), pp. 109-138

ENSEÑANZA DE FRACCIONES EN TERCER GRADO DE PRIMARIA: ANÁLISIS DEL DISCURSO Y PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS

Evelia RESÉNDIZ BALDERAS
y **Carlos Alberto GONZÁLEZ SALAZAR,**
Universidad Autónoma de Tamaulipas, México

RESUMEN

Este trabajo de investigación tiene como propósito presentar un estudio de caso acerca de la enseñanza de fracciones en el Tercer Grado de Primaria. Se analizan los recursos discursivos empleados por el docente, sus estrategias, así como la interacción con sus estudiantes, al momento de darse el primer acercamiento formal al estudio de fracciones. Se analizan también las principales complicaciones encontradas en la enseñanza de la noción de fracción en situación escolar. Esta investigación es de corte cualitativo y de tipo etnográfico.

Palabras clave: fracciones, análisis del discurso, prácticas pedagógicas.

TEACHING FRACTIONS IN THIRD-GRADE ELEMENTARY STUDENTS: DISCOURSE ANALYSIS AND PEDAGOGICAL PRACTICES

ABSTRACT

This research study aims to present a case study of the process of teaching fractions in third grade elementary students. The discourse resources used by the teacher, the strategies, as well as the interactions between teacher-students are analyzed while having their first formal approach to study fractions.

In addition, the main complications in the teaching of the concept of fractions within the school context are also analyzed. This study is qualitative and of ethnographic type.

Keywords: Fractions, discourse analysis, pedagogical practices.

INTRODUCCIÓN

En esta investigación se presenta un estudio de caso sobre la enseñanza de fracciones en el Tercer Grado de Primaria, en una escuela urbana ubicada en Ciudad Victoria, Tamaulipas, México. Nos enfocaremos en el tercer grado de Primaria debido a que, en México, formalmente es en este grado cuando se introduce en el currículum la enseñanza de fracciones (SEP, 2011).

En este grado de Primaria, los estándares curriculares de la asignatura de matemáticas se encuentran conformados por tres ejes temáticos: "Sentido numérico y pensamiento algebraico", "Manejo de la información" y "Forma, espacio y medida". En el primer eje mencionado, el de sentido numérico y pensamiento algébrico, es donde se encuentra nuestro tema de investigación: el estudio de las fracciones.

En Ríos (2011) se menciona que las fracciones es uno de los conceptos que mayor tiempo ocupan en la enseñanza en los Subsistemas de Primaria y Secundaria. Es tratado de manera explícita en Primaria, y en Secundaria es abordado de manera explícita en el primer grado y de manera implícita en los demás años. Por lo que es casi una obligación del Sistema Educativo que los estudiantes dominen los procedimientos relacionados con fracciones.

PLANEA (2016) es una prueba estandarizada aplicada en México anualmente, la cual tiene como objetivo evaluar los aprendizajes esenciales de los estudiantes de la educación obligatoria. Estos aprendizajes son definidos a partir de los planes y programas de estudio en turno. La prueba PLANEA clasifica los resultados obtenidos en cuatro niveles, siendo el nivel 1 en donde menores resultados se obtienen, y el nivel 4 donde se dan los resultados más satisfactorios.

Del total de alumnos que participaron en la prueba PLANEA realizada en 2015 para la educación Primaria, 60.5 % de los estudiantes obtuvo el nivel 1 de aprovechamiento, 18.9 % se encontró en el nivel 2, 13.8 % en el nivel 3 y sólo 6.8 % se ubicaba en el nivel 4. Los resultados reportados el mismo año en Secundaria, fueron: 65.4 % de los estudiantes se encontró en nivel 1, 24 % en el nivel 2, 7.5 % en el nivel 3, y únicamente 3.1 % en el nivel 4 de aprovechamiento.

Es alarmante que, en Primaria, ocho de cada 10 alumnos se encuentre en los niveles 1 y 2, y que en Secundaria aproximadamente nueve de cada 10 alumnos se encuentren en los mismos niveles de aprovechamiento. Los reactivos relacionados con fracciones suelen ser los que mayores complicaciones les traen a los estudiantes. Según el INEE (2016), la mayoría de los estudiantes, al concluir la educación básica, no pueden resolver problemas aditivos con fracción que impliquen dos o más transformaciones; usualmente no pueden resolver problemas que impliquen la división y multiplicación con fracciones; tienen grandes dificultades para la correcta ubicación de fracciones en una recta numérica, y no son capaces de usar fracciones como un resultado de reparto, entre otros aprendizajes.

El interés por el estudio de las fracciones no es nuevo, ya en los años ochenta se reportaban a nivel internacional diversas investigaciones sobre la enseñanza, didáctica y aprendizaje de las fracciones. Una de las investigaciones que mayor repercusión tuvo en el estudio de las fracciones fue la de Hans Freudenthal (1983), en la cual –entre otras cosas– manifestaba las dificultades que conllevaba la limitada conceptualización inicial de parte de los profesores en el tema de la fracción. Y treinta años después, investigaciones como las realizadas por Valdemoros (2010), Cortina *et al.* (2013) y Fandiño (2014) siguen reportando problemáticas muy similares a las planteadas por Freudenthal.

CONCEPTUALIZACIÓN INICIAL DE FRACCIÓN

En México, el primer acercamiento formal al estudio de las fracciones se da en el Tercer Grado de Primaria (SEP, 2011). Fandiño (2014) documenta que, en distintos sistemas escolares a nivel internacional, suele ser precisamente en tercer grado de educación primaria cuando se inicia el estudio de las fracciones.

Al momento de iniciar el estudio de las fracciones, la forma más usual y concreta para introducirlas suele ser presentarlas como "fracturadoras". Las fracciones pueden ser ejemplificadas al dividir sustancias, medidas por magnitudes y objetos.

El fracturar puede ser irreversible o reversible, o simplemente simbólico. Se presentan como un "todo" que hubiera sido cortado, rebanado o coloreado en partes iguales. El todo que se fracciona puede ser discreto o continuo, definido o indefinido, estructurado o carente de estructura (Freudenthal, 1983).

Por otro lado, Cortina *et al.* (2013), mencionan que diversos autores como Mack (1990), Kieren (1993), Steffe y Olive (2010), Pitkethly y Hunting (1996), Confrey y Maloney (2010), consideran a la "equipartición" como el único y más ventajoso método para la introducción a los estudiantes en el tema de fracciones:

> *Este tipo de actividades son útiles para provocar en los estudiantes formas de razonar consistentes con nociones fraccionarias básicas, tales como el tamaño relativo de las fracciones unitarias (es decir, 1/4 < 1/2) y las equivalencias (o sea, 2/4 = 1/2). (p. 11)*

Contrario a estas afirmaciones, Freudenthal (1983) nos dice que el enfocar las fracciones desde el punto de vista de "parte - todo», si bien es la forma más concreta para introducir el tema, también resulta "bastante limitado", no sólo fenomenológicamente sino también matemáticamente, puesto que, dentro de esta definición sólo se pueden producir fracciones propias.

Esta afirmación es respaldada por Fandiño (2014), haciendo también una fuerte crítica hacia la conceptualización inicial que suelen hacer los profesores sobre la fracción, puesto que presentar a las fracciones como "las partes de una unidad - todo" es una definición tan sencilla, que los estudiantes rápidamente se apropian de ella, lo que puede representar un impedimento para el entendimiento y estudio de temas más complejos.

Las fracciones tienen distintas interpretaciones matemáticas y didácticas; Vasco (1991) –citado en Fandiño (2014) en su documento "El archipiélago fraccionario"– propone el modelo de archipiélago, en el cual cada isla simboliza las distintas ideas y situaciones desde las cuales se puede entender el concepto de fracción. A raíz de sus investigaciones, desarrolla cinco concepciones de fracción: como operador, partidor, mediador, razón y cociente. Vasco establece que los docentes deben crear conexiones entre estas distintas formas de entender a la fracción, de manera que los estudiantes entrelacen las ideas, aunque sean distantes.

En el mismo orden de ideas, Fandiño (2014) también se enfocó en los distintos significados de la palabra "fracción", para el campo de las matemáticas y la didáctica. Algunas de sus definiciones de fracción son: como las partes de un todo (a veces continuo y a veces discreto), como cociente, como operador, como una relación (en probabilidad), como una unidad de medida, como un número racional, como porcentaje, en el lenguaje cotidiano, entre otros.

EL PROBLEMA DE LA INVESTIGACIÓN

El estudio de las fracciones es un tema al cual se le destina una gran cantidad de tiempo en las escuelas primarias de México. Es también uno de los temas que más les cuesta aprender a los estudiantes e impartir a algunos docentes. Es por eso que el objetivo principal de esta investigación fue analizar las estrategias y los recursos didácticos y discursivos empleados por el docente para la introducción y desarrollo de la noción de fracción.

Si bien la atención principalmente se centrará en el docente, no se puede hacer de lado la interacción discursiva que éste establece con los alumnos en el aula. Por ello, también nos centraremos en las problemáticas y dudas expresadas por los alumnos y las formas en las que el docente las resolvió.

Por lo anteriormente mencionado, el problema de investigación fue delimitado utilizando las siguientes preguntas: ¿Qué estrategias discursivas son empleadas por el docente para la introducción y enriquecimiento de la noción de fracción? ¿Cuáles son las principales dificultadas y dudas presentadas por los alumnos en el aprendizaje de las fracciones?

Para responder estas interrogantes, por un lado es fundamental la observación de aula y, por otro, la aplicación de perspectivas teóricas que contribuyan a la interpretación y análisis de la complejidad de las clases de matemáticas (Reséndiz, 2010).

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Análisis del discurso

El análisis del discurso en el campo de la educación ha permitido la comprensión e interpretación de los procesos de construcción de aprendizaje, así como la interacción entre el docente y los alumnos en los diversos procesos de construcción de aprendizajes. Para Candela (1999), el discurso es un medio para poder estudiar interacciones y prácticas sociales; para ella, el discurso escolar debe tener una organización explicativa, ya que la intervención puede verse orientada hacia la comprensión de alguna idea, noción o concepto.

El discurso escolar también es un espacio de convivencia, el cual requiere del lenguaje social, ya que es aquí donde "se construyen, negocian e interpretan los significados en la interacción social que se realiza en la escuela" (Reséndiz, 2006). Esto permite el surgimiento de un tipo de lenguaje espontáneo entre los distintos actores educativos, que se lleva a cabo mediante las conversaciones.

El estudio del lenguaje y la comunicación no es algo reciente. Algunos de los antecedentes directos sobre la importancia del lenguaje fueron las aportaciones realizadas por Vygotsky (1984). Para él, la comprensión del mundo físico está fuertemente influida por categorizaciones sociales que se interiorizan de cierto contexto cultural.

Algunas aportaciones, como la realizada por Cazden (1991), interpretan al discurso escolar como un proceso interindividual y mental, en el cual las palabras dichas en clase cobran mucha relevancia, puesto que éstas afectan directamente los resultados de la educación.

Por otro lado, Rebollo (2001) menciona que es posible estudiar las relaciones que se establecen entre la educación, la cultura y el lenguaje, mediante el análisis de interacciones en distintos contextos sociales, puesto que "el discurso evidencia los procesos de construcción de las identidades personales y colectivas".

En las clases de matemáticas el discurso nos brinda un escenario en el cual los alumnos y el profesor pueden intercambiar ideas, teniendo opiniones similares y, en ocasiones, discrepando. Como lo menciona Ball (1991): "El discurso se utiliza para subrayar los modos en que el conocimiento se construye e intercambia en el salón de clases". El discurso escolar y su análisis también nos permiten conocer a los actores que hablan, sobre qué hablan y qué preguntas surgen en el aula.

Sierpinska (1994), Candela (1999) y Sfard (2002) coinciden en que, para que los alumnos adquieran conocimientos científicos, primero les tiene que resultar convincente la información que se les brinda. También menciona que los alumnos ya tienen nociones anteriores de experimentación, por lo que nunca se inicia un tema "desde cero".

En el campo de la matemática educativa, las investigaciones sobre el análisis del discurso escolar son cada vez mayores; algunos de estos estudios realizados en educación básica son los reportados por Pimm (1991), Josse y Roberto (1993), Mindi (1995) y Olvera (2017). Y, en el caso de la educación superior, están Sierspinska (1994), Yackel (2002) y Reséndiz (2004, 2006 y 2010).

Las aportaciones de Pimm (1991) son de gran utilidad en la matemática educativa; él centró algunos de sus trabajos en el discurso del profesor en las clases de matemáticas. Para Pimm, las matemáticas generalmente se consideran como un cuerpo de conocimiento individual y socialmente construido, por lo que requieren lenguaje especializado para la comunicación de diversos aspectos de nuestro mundo. Además, reconoce dos tipos de discurso en el aula, diferenciándolos como "lenguaje natural" al tipo de discurso científico y como "lenguaje metafórico" al tipo de explicación en la que se basa el docente para relacionar los conocimientos científicos con el contexto cercano y las experiencias del alumno.

Sierpinska (1994) también identifica que las explicaciones del profesor pueden ser de dos tipos: científicas o didácticas. Las científicas tienen el objetivo de llegar a bases conceptuales del entendimiento, mientras que las explicaciones didácticas se dirigen a bases familiares del entendimiento, como una imagen o algún conocimiento o experiencia previa.

TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA

Para la escuela francesa de la didáctica de las matemáticas, existen distintos tipos de saber: el "saber sabio" y el "saber enseñar". El "saber sabio" son aquellos conocimientos científicos que se pretende serán de gran utilidad en la incorporación a la sociedad. Sin embargo, es necesario que dicho conocimiento sea modificado para que su enseñanza sea posible. Es ahí donde surge el "saber enseñar", el cual de ninguna manera es una simplificación del saber científico; más bien es el resultado de una adaptación con fines didácticos (Reséndiz, 2004; Fandiño, 2014).

Esta transformación del "saber sabio" a "saber enseñar" es llamada trasposición didáctica. Al respecto, Chevallard (1998:45), expone que:

> *Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El «trabajo» que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la transposición didáctica.*

Fandiño (2014) menciona que la trasposición didáctica constituye un momento de gran relevancia y creatividad por parte del docente, la cual debe ser obligatoria, no sólo en educación primaria, sino esencial para todos los grados escolares. Además, está condicionada por las características del contenido que se desea enseñar, sus restricciones sociales y culturales, así como por cuestiones relacionadas con los estudiantes (edad, situación cognitiva y capacidades).

Sin embargo, cuando el docente decide –consciente o inconscientemente– cómo presentar los conocimientos escolares, no sólo dependerá de su estilo, su experiencia frente al aula, su dominio del tema o lo que indique el plan de estudios, sino también por las interacciones con los alumnos. Esto determinará sus preguntas, conocimientos, experiencias e intereses (Reséndiz, 2004).

METODOLOGÍA

Debido a las características y posición teórica, esta investigación es de tipo cualitativo y de corte etnográfico, ya que analiza y profundiza el papel del discurso en el aula. Se abarcaron seis etapas (Reséndiz, 2004): en primera instancia, recopilación de datos (observación en la situación de campo), elaboración de los registros de la observación (toma de notas y confección de toda clase de evidencia documental), análisis e interpretación de resultados, síntesis e interpretación (establecimiento de generalidades), integración de productos de la investigación (selección de los puntos clave), y redacción del informe correspondiente. Dentro del aula de clases, se observa y se documentan la sesión, las estrategias y los materiales didácticos empleados para ejemplificar las explicaciones dadas por el docente.

La etnografía educativa pertenece a las investigaciones cualitativas, y es empleada para el análisis de la realidad escolar, permitiendo obtener información relevante del contexto de la clase. Busca la comprensión e indagación en los significados y sentidos presentes para los actores de una situación educativa (Reséndiz *et al.,* 2014).

Toda investigación requiere de un tiempo y un espacio determinado. En este caso, la investigación se llevó a cabo en una escuela primaria ubicada en Ciudad Victoria, Tamaulipas. La muestra para el desarrollo de esta investigación fue de 14 alumnos en total, de los cuales, cinco son niñas y nueve son niños; todos pertenecen al grupo de primaria del turno vespertino 3º B, y sus edades oscilan entre los ocho y nueve años.

La selección de los participantes fue debido a que, en México, es precisamente en el Tercer Grado de Primaria cuando se da el primer acercamiento formal al estudio de las fracciones.

ANÁLISIS DE DATOS

En este apartado se plasma el análisis de las estrategias y las prácticas pedagógicas usadas en el aula para la enseñanza de fracciones. Para la realización de esta investigación se contó con la autorización de grabar en audio las clases (sólo del tema de fracciones). Se buscó, en todo momento, no interrumpir la dinámica del grupo. Posteriormente, las grabaciones de clase fueron transcritas y analizadas, estableciendo generalizaciones y creando categorías de análisis.

Reséndiz *et al.* (2014) mencionan que las principales dificultades en la realización de estudios cualitativos radican en la elección de un método de estudio y en la interpretación de la información. Los estudios cualitativos, a diferencia de los cuantitativos, no cuentan con vías de salida definidas, como la aplicación de una herramienta única o de algoritmos que permitan el procesamiento de información de los datos recopilados.

Para el análisis de la información recaudada se optó por poner especial atención en las situaciones que se repiten con mayor frecuencia, las cuales permiten establecer generalidades en la interacción entre los actores educativos dentro del aula. A dichas interacciones se les denomina "Categorías de Análisis". Se determinaron las siguientes categorías de análisis:

- Conceptualización inicial
- Fracción como resultado de reparto
- Comparación de fracciones
- Fracciones en la recta numérica

CONCEPTUALIZACIÓN INICIAL

Esta secuencia se llevó a cabo en el salón de clase. El profesor introdujo un nuevo tema a la clase: el estudio de las fracciones. Inició definiendo el significado de la fracción, posteriormente estableció los elementos que componen una fracción y, en tercera instancia, les especificó a los estudiantes las distintas clasificaciones de fracción.

Maestro (M): Vamos a ver un tema de matemáticas, que se llama, "Fracciones como resultado de reparto".

M: ¿Ustedes saben qué son las fracciones?

Ao: Sí.

M: A ver, ¿qué son?

Ao: Fracciones son fracciones.

M: Mmmmm no, a ver tú, Chago, ¿qué son fracciones?

Ao1: Fracciones son cuando hay un número arriba y otro abajo.

Ao2: ¿Qué no las fracciones son las que…? (El alumno no terminó de formular su idea)

M: […] Por ejemplo, yo traigo 10 pesos, si le doy la mitad a Edgar y la mitad a Emilio, ¿cuánto le toca a cada uno?

As: Cinco pesos.

Ao: Les tocan cinco y cinco.

M: Aquí estamos utilizando repartición, pero con monedas ¿verdad? No sólo vamos a utilizar fracciones cuando tenemos que repartir el pastel o la pizza, sino también para repartir cosas, objetos. Bueno…

El profesor inicia la secuencia realizando una evaluación diagnóstica, peguntando a los estudiantes sobre sus conocimientos previos en torno a las fracciones: "¿Ustedes saben qué son las fracciones?".

Por las respuestas de la mayoría de los estudiantes podemos inferir, que si bien podrían haber escuchado antes la palabra fracción, o alguna fracción en concreto en su vida cotidiana (un cuarto de tortillas, medio litro de agua, tres cuartos de gasolina), para ellos dicha palabra carecía de sentido, a excepción de uno de los estudiantes, el cual, al ser cuestionado por lo que entendía por fracción, respondió que: "Fracciones son cuando hay un número arriba y otro abajo".

El hecho de que el estudiante fuera el único caso que se encontrara familiarizado con ese término nos lleva a pensar en dos posibilidades. La primera es que el profesor que estuvo a su cargo en el grado anterior lo hubiera introducido prematuramente al estudio de las fracciones, o bien que lo hubiera escuchado en el hogar, ya sea por una explicación formal de parte de sus padres, o lo hubiera percibido de forma cotidiana.

Para facilitar su conceptualización, el docente hizo uso del "saber enseñar", transponiendo el concepto matemático con ejemplos más cercanos a los estudiantes: "No sólo vamos a utilizar fracciones cuando tenemos que repartir el pastel o la pizza, sino también para repartir cosas, objetos".

> *M: Acuérdense también que las fracciones, como dijo Santiago, llevan un número arriba y otro abajo, y estos números tienen un nombre. Numerador es el número que va arriba y denominador es el número que va abajo (…) ¿Cómo se le llama a esta fracción?*
>
> *Ao: Denominador.*
>
> *M: Denominador es el de abajo y el numerador es el de arriba, pero ¿cómo se leen las dos juntas?*
>
> *Ao: Fracción.*
>
> *M: Y luego tenemos que este numerador y este denominador tienen una función dentro de la fracción. Pongan atención, hijos. A la hora de participar los que estén hablando no van a pasar.*
>
> *Aa: Yo ya terminé el círculo.*
>
> *Ao: Yo también.*
>
> *M: El numerador indica el número de partes de un todo. Por ejemplo, aquí tenemos el todo, el numerador indica cuántas partes voy a tomar de un todo. Si yo tengo un pastel, va a indicar cuántas partes tengo de un pastel…*
>
> *Aa: Tiene 4.*
>
> *M: Y lo voy a colorear. El otro es el denominador, el cual nos dice en cuántas partes voy a cortar el pastel. En este caso, el círculo que tenemos ahí representa un pastel ¿verdad? (…) Bueno, ¿en cuántas partes se divide un todo? El numerador nos dice cuántas partes vamos a tomar, y el denominador, las partes en las que vamos a dividir.*

Para el desarrollo de la clase, el profesor toma como referencia el ejemplo de uno de los compañeros acerca de la fracción: "Las fracciones, como dijo Santiago, llevan un número arriba y otro abajo". Posteriormente comenta que dichos números tienen un nombre y una función predeterminada dentro de la fracción. Comenta que el numerador es el número de "arriba" y se utiliza para "indicar las partes de un todo", o para determinar las partes que se van a tomar o dividir de dicho todo; luego menciona que al "número de abajo" se le llama denominador, y que establece el número de partes en que originalmente se divide el todo.

Posteriormente sintetiza las explicaciones realizando una transposición, dando como ejemplo una situación específica en la cual se está utilizando un caso, como el pastel. En donde el denominador indicaría las partes en las que originalmente se partiría el pastel y, el numerador, las partes que se tomarían o en las que se repartirían ese todo.

> *M: Bueno, hay tres tipos de fracciones, por ejemplo, ésta, 3/4, es una fracción propia. Hay otras, por ejemplo 5/3, es una fracción impropia. Y la otra, es una fracción mixta. Tenemos tres tipos de fracciones que son: la propia, la impropia y la mixta. ¿Qué diferencia hay en las fracciones que tenemos aquí?*
>
> *Ao: Porque hay dos y tres.*
>
> *M: Sí, pero la fracción propia, el número de arriba ¿cómo es?*
>
> *Ao: Es tres y cuatro.*
>
> *M: ¿El número de arriba es más grande o más chico?*
>
> *As: ¡Más chico!*
>
> *M: ¿Y el número de abajo cómo es?*
>
> *As: Más grande.*
>
> *M: Y en la fracción impropia ¿cómo es el numerador?*
>
> *As: ¡Es grande!*
>
> *M: Es grande ¿y el denominador?*
>
> *As: Es chico.*

M: ¿En la fracción mixta qué tenemos?

Ao: Tiene un uno.

M: A este uno se le llama entero, este número grandote se le llama entero. Y ya tenemos la fracción. Estas son las fracciones, pero ahora sólo vamos a trabajar con la fracción propia.

El profesor explica a los alumnos las distintas clasificaciones de fracciones: las propias, las impropias y las mixtas, dándoles una breve introducción y, posteriormente, les da ejemplificaciones de cómo identificarlas. El profesor comienza preguntándole a los alumnos cómo es la relación del numerador respecto a la del denominador: "Sí, pero la fracción propia, el número de arriba ¿cómo es?".

Al parecer, los alumnos no comprendían lo que el profesor les preguntaba, limitándose a responder los números que identificaban en el pizarrón: "Es tres y cuatro". Por lo que el profesor realizó una pregunta más específica para redirigir el rumbo de la actividad: "¿El número de arriba es más grande o más chico?", refiriéndose al numerador con respecto al denominador.

Una vez entendiendo la pregunta del profesor, los alumnos identificaron que el numerador era menor que el denominador: 3/4. Posteriormente, al cuestionar a los alumnos sobre cómo era el numerador en la fracción impropia, los alumnos pudieron identificar más fácilmente su relación: 5/3. El numerador "¡Es grande!" y el denominador "Es chico".

Al preguntarles por la fracción mixta, los alumnos rápidamente identificaron que el entero era lo que la diferenciaba de las otras fracciones: "Tiene un uno". Para ese tipo de fracción el profesor únicamente explicó que a ese "número grandote" se le llamaba entero. Si bien el profesor hizo una explicación y definición de los tipos de fracción, al final explicó que por esa ocasión únicamente utilizarían las fracciones propias.

Al inicio de la sesión el profesor empezó realizando una evaluación diagnóstica debido a que, como lo respaldan distintas investigaciones (Sierpinska, 1994; Candela, 1999; Sfard, 2002), los estudiantes nunca empiezan el estudio de un nuevo tema "desde cero", sirviendo también para determinar desde qué punto partir y cuáles serán los aspectos en los que se tendrá que reforzar.

El profesor confirmó las afirmaciones planteadas por Freudenthal (1983) y Fandiño (2014), debido a que, durante la primera lección de fracciones, el docente optó por definirlas como "las partes de un todo". Suponemos que la elección de esta definición fue por la facilidad y practicidad con la que puede ser aprendida por los alumnos (Mack, 1990; Kieren, 1993; Steffe y Olive, 2010; Pitkethly y Hunting, 1996; Confrey y Maloney, 2010) citados en Cortina, Zúñiga y Visnovska (2013).

Fracción como resultado de reparto

En la primera categoría de análisis presentamos cuál fue la forma del profesor para abordar la introducción del concepto de fracción, las partes que la componen y las distintas aplicaciones que se le pueden dar.

En este apartado analizaremos un ejercicio en donde el docente aplica la definición "partes de un todo", con el objetivo de que los alumnos utilicen las fracciones como resultado de un reparto.

Aa: Profe ¿Qué es eso?

M: Es una barra de pan

(..)

Aa: Profe ¿qué tenemos que hacer?

M: Dice, «divide los emparedados, de manera que a cada uno *le toque la misma cantidad, y escribe la fracción correspondiente».*

Aa: ¿Qué es eso profe? (refiriéndose al dibujo que había realizado el profesor en el pizarrón.)

Ao: Parece un martillo.

(...)

M: Vamos a dividir este lonche, ¿Cuánto le tocará a cada uno?

Ao: ¡La mitad!

M: La mitad. ¿Pero cómo se representa en fracción?

Aa: 1/2

M: Vamos a trazar una línea en donde sea la mitad, y vamos a poner cada fracción abajo. ¿Cuánto les toca a los niños de lonche, si se les da en partes iguales?

Ao: Un medio.

M: Bueno, háganlo en su cuaderno, y el primero que termine va a pasar al pizarrón. (...) ¿Y cómo sería en fracción?

Ao: Yo sigo profe. (El alumno pasó al pizarrón a resolver los ejercicios.)

M. ¿Está correcto lo que hizo su compañero?

As: ¡Sí!

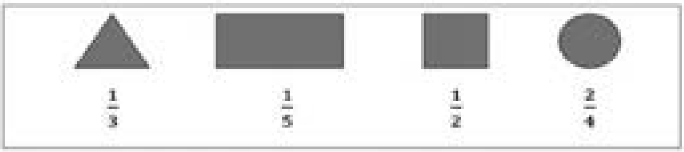
M: Sí está correcto, eran dos niños, lo partimos a la mitad, una mitad para uno, y la otra para el otro, a cada uno le toca un 1/2.

La actividad consistía en dividir la representación de un "emparedado", entre distintas personas, registrando la fracción que simbolizaría esa repartición.

El primer obstáculo presentado por los estudiantes fue algo externo a las matemáticas: los alumnos tuvieron dificultades en identificar qué era el dibujo presentado por el docente. Una estudiante preguntó: "¿Qué es eso profe?", a lo que otro estudiante le respondió: "Parece un martillo".

Es importante mencionar que las ilustraciones, dibujos y ejemplos planteados para los estudiantes, deben ser claros y familiares al contexto inmediato de los alumnos, para evitar que surjan este tipo de problemáticas.

Al momento de realizar la actividad, el profesor cuestionó a los estudiantes sobre cuántos pedazos le tocaría a cada persona. Al ser una actividad de reparto sencilla, los estudiantes rápidamente contestaron utilizando lenguaje natural: "¡La mitad!". El profesor les solicitó a los estudiantes que dijeran su respuesta haciendo uso de un lenguaje matemático: "La mitad, pero, ¿cómo se representa en fracción?".



> *M: Acuérdense que si tenemos la figura aquí y nos dice que es un tercio, primero lo tenemos que dividir en tres partes, y como sólo te pide uno, sólo tienes que colorear uno, si colorean los tres, está mal.*
>
> *Aa: Profe, ¿cómo se divide esa?*
>
> *M: Tienen que poner en el punto en el centro y trazarlo así y así. Y ahí ya quedan tres partes iguales. (El profesor hacía referencia a como dividir un triángulo equilátero en tercios, lo cual, por la naturaleza de la figura, les resultaba complicado a los estudiantes).*
>
> *Ao: Profe, me ayuda.*
>
> *M: Mira, el número de abajo es el número de partes en la que vas a cortar la figura. Por ejemplo, ¿en cuántos pedazos vas a cortar ésta?*
>
> *Ao: En cinco.*
>
> *M: ¿Y qué representa el número de arriba?*
>
> *Ao: (...)*
>
> *M: El número de pedazos que vas a colorear, por ejemplo,*

¿qué fracción es ésta? ¿En cuántos pedazos vas a dividir la figura?

Ao: (...)

M: ¿Cuántos vas a pintar?

Ao: Vamos a pintar uno.

Esa actividad consistía en dividir figuras geométricas según el denominador que tenían abajo, y colorear las partes divididas según el numerador. El profesor ejemplifica la actividad con el triángulo, el cual tenía como fracción 1/3: "Primero lo tenemos que dividir en tres partes, y como sólo te pide uno, sólo tienes que colorear uno".

Al momento de dividir las fracciones, una alumna tuvo problemas para fraccionar el triángulo mencionando: "Profe, ¿cómo se divide esa?". El triángulo fue la figura geométrica que mayores dificultades generó a los estudiantes; esto debido a la naturaleza del triángulo y su forma, lo que hizo que a los alumnos se les dificultara su fragmentación y repartición.

Como se mencionó anteriormente, el profesor hizo uso de la definición "partes de un todo", para la introducción en el tema de fracciones. Por otro lado, Freudenthal (1983) y Fandiño (2014) mencionan que la conceptualización "partes de un todo", es tan sencilla de aprender, que posteriormente representa un obstáculo para el aprendizaje de temas de mayor complejidad relacionados con fracciones.

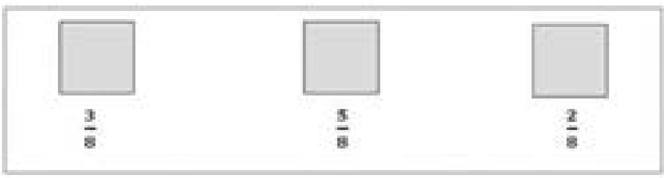
Esto hizo que pusiéramos especial atención en el desarrollo de los siguientes temas, para identificar si efectivamente la explicación "partes de un todo" tenía las repercusiones negativas señaladas, o si, por el contrario, contribuiría de manera positiva para el aprendizaje de los temas relacionados con fracciones.

Al momento de realizar ejercicios de repartición, el docente hizo uso de figuras geométricas regulares, con posicionamientos convencionales. Al respecto, Fandiño (2014) reconoce que es azaroso realizar fragmentación de figuras geométricas únicamente con figuras "estándar", como cuadrados, triángulos, círculos y rectángulos, ya que se corre el riesgo de que los alumnos piensen que hay figuras que se pueden fraccionar y otras que no se pueden fraccionar. Por ello es recomendable crear situaciones en donde se trabaje con una variedad de figuras geométricas estándares y no estándares.

Comparación de fracciones

En este apartado se analizarán los ejemplos y estrategias que planteó el profesor para la comparación de fracciones en dos situaciones, cuando tres fracciones tienen el mismo denominador y distinto numerador, y cuando tienen el mismo numerador, pero denominador distinto.

La dinámica en las dos actividades fue similar, el profesor ponía en el pizarrón figuras geométricas y en la parte inferior de cada figura anotaba una fracción. El objetivo de la actividad era que los alumnos dividieran la figura con la fracción indicada y que, posteriormente, las ordenaran, dependiendo del caso.



> *M: Copien lo que está en el pizarrón, hijos, aquí estamos haciendo tres cuadros, y cada cuadro se está dividiendo en ocho partes, solamente que el numerador es el que está cambiando. Tenemos igual denominador y diferente numerador. (…) En el primero tenemos 3/8, esta figura se divide en ocho partes, ¿cuántas partes vamos a colorear?*
>
> *Ao: Cinco.*
>
> *M: No, ¿cuántas?*
>
> *As: Tres.*
>
> *M: ¿Cuántos aquí? (señalando otra fracción)*
>
> *As: Dos.*
>
> *M: ¿Dos qué?*
>
> *As: Dos octavos (dudando).*

M: Dos octavos, ¿cuántos voy a colorear?

As: Dos.

M: ¿Y aquí? (señalando la fracción).

As: Cinco.

M: ¿Cinco qué?

As: Cinco octavos.

M: ¿Entonces, cuántas partes vamos a colorear?

Ao: Cinco.

M: Cinco, cinco, cinco, correcto.

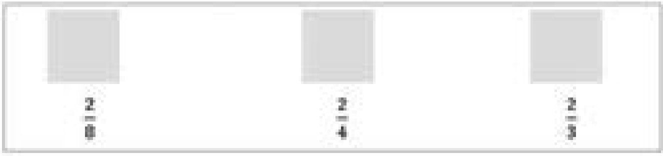
Para esta actividad, los alumnos tenían que dividir todas las figuras en fracciones con el mismo denominador (es este caso octavos), posteriormente tenían que iluminar el número de pedazos que indicaran los distintos numeradores (2, 5, 8), y ordenarlas de menor a mayor.

El profesor anotaba los ejercicios en el pizarrón, posteriormente los alumnos resolvían los ejercicios, y para finalizar la actividad, el profesor les preguntaba por el numerador de cada fracción y las partes que tendrían que iluminar del cuadrado.

Una constante en el discurso del profesor fue una notable preferencia para que los alumnos se familiarizaran y emplearan el lenguaje matemático; un ejemplo de ello, es cuando el profesor preguntó por la fracción 2/8, y las partes que se tendrían que iluminar según su numerador.

El alumno contestó correctamente lo que el profesor le requería, pero aun así, el profesor preguntó por la notación oral completa de la fracción: "¿Dos qué?". Eso se repitió nuevamente con la fracción 5/8: "¿Cinco qué?".

Al realizar la actividad se pudo observar que los alumnos fácilmente pudieron representar la fracción requerida y ordenarlas de mayor a menor. El hecho de que fuera una figura similar con el mismo denominador en todos los casos, ayudó en gran medida a que los alumnos se apoyaran para el ordenamiento de las fracciones, ya que identificaban cuál numerador era mayor y cuál era menor.



M: Estamos viendo fracciones cuando su denominador es diferente. En este caso, 8, 4 y 3, y su numerador es igual. La primera figura ¿en cuántas partes está dividida?

Ao: Seis.

Aa: Dos.

Ao: En ocho.

M: ¿Cuántas?

Ao: Ocho.

M: En ocho, ¿y en éste?

AS: Dos.

M: ¿Y acá?

As: Tres, tres.

M: ¿Y acá?

Ao: Cuatro.

M: Esto quiere decir que son figuras con diferente denominador y el mismo numerador. Lo que significa que se tomaron la misma cantidad de partes de un entero, aunque cada parte tiene distinto valor, ya que así nos muestra el denominador. Por ejemplo, dos de ocho partes, dos de tres partes, dos de cuatro partes. Esto significa que cada parte es lo que tome de cada entero...

Esta actividad era similar a la analizada anteriormente, con la diferencia de que ahora eran los numeradores los que eran iguales, cambiando el valor de los denominadores.

La dinámica fue exactamente la misma, el profesor escribió los ejercicios en el pizarrón, posteriormente los alumnos los copiaron en sus cuadernos para responderlos. Una vez que la mayoría de los estudiantes terminó, el profesor les preguntó por las partes en las que se fraccionaría la figura según el denominador indicado, "La primera figura, ¿en cuántas partes está dividida?".

Al final de la actividad el profesor hizo una explicación aún más formal sobre el significado del denominador, mencionando que el denominador son las partes en las que se fracciona el entero, y numerador el número de partes que se toman de dicho entero. Al respecto, el profesor comentó: "Cada parte es lo que tome de cada entero".

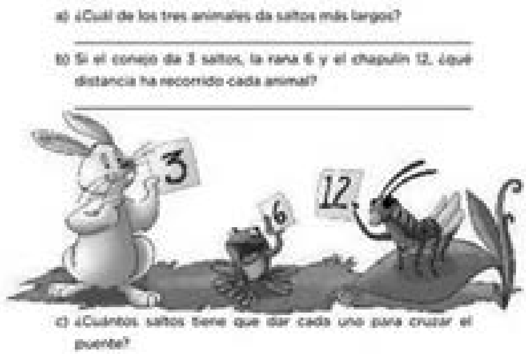
Las figuras se dividieron en distintos pedazos, pero al ser todas con el mismo numerador, se tomaron la "misma cantidad de pedazos".

Es interesante mencionar que los alumnos tuvieron pocas dificultades en el ordenamiento de fracciones con el mismo denominador. La problemática surgió al momento de ordenar fracciones con distinto denominador y numerador similar, debido a que los alumnos intentaron utilizar la misma estrategia que habían empelado en el problema pasado.

Respecto a esto, Fandiño (2014) menciona que internacionalmente éste es uno de los errores más recurrentes en el aprendizaje de fracciones, debido a que los alumnos suelen pensar que entre mayor sea el denominador de una fracción, en automático mayor será su valor. *Pensando en fracciones como 1/8 y 1/7, donde 7 < 8.*

Fracciones en la recta numérica

Algo que es importante mencionar es que los ejercicios que ponía el profesor por lo general eran sacados de distintas guías de apoyo y otros materiales complementarios, los cuales copiaba de su celular o su computadora. Al realizar la siguiente actividad, se enfrentó a complicaciones para abrir un archivo que contenía el ejercicio que realizaría, por lo que tuvo que recurrir al libro de texto y buscar un ejercicio similar al que originalmente tenía planeado. Para esta actividad, realizaron la consigna 2 del tema 48: "Reparto de manzanas" del libro de texto de la SEP, para el Tercer Grado de Primaria.



SEP (2015). *Desafíos Matemáticos,*
Libro para el alumno, Tercer Grado, p. 107.

M: Inciso "A", ¿Cuál de los animales da el salto más largo? (…) Inciso "B", Si el conejo da tres saltos, la rana seis y el chapulín doce, ¿qué distancia han recorrido? (…) Ojo, estos son los saltos del chapulín (lo escribe en el pizarrón) y estos son los que da la rana, 1... 2... 3... 4... (los va contando). ¿Y ahora cuantos da el chapulín?

Aa: 12.

M: 1, 2, 3, 4 ... 12. Doce, ya vieron dónde llegaron todos, ¿qué distancia recorrió el conejo?

Ao: Un metro y medio.

M: ¿Y la rana?

Aa: Un metro y medio.

M: ¿Y el chapulín?

Ao: Un metro y medio.

M: ¿Qué distancia recorrieron todos?

Ao: Lo mismo, un metro y medio.

La actividad consistía en comparar los saltos realizados por distintas especies de animales. Dichos saltos estaban representados por fracciones de la unidad de medida empleada (metro). El conejo realizaba saltos de1/2 de largo, la rana de 1/4 de largo y el chapulín de 1/8 de largo.

Para ejemplificar el ejercicio, el profesor trazó tres rectas numéricas simbolizando dos metros cada una. Esas tres rectas, a su vez, fueron divididas para representar la distancia que recorría cada animal en un salto. Los saltos del conejo eran de medio metro, por lo que la recta del conejo fue dividida en cuatro segmentos (cada segmento de medio metro). La rana daba saltos de un cuarto de metro, por lo que su recta fue dividida en ocho segmentos (cada segmento de 1/4 de metro) y, por último, el salto del chapulín era de 1/8 de metro, por lo que su recta fue dividida en 16 segmentos. La primera actividad consistía en identificar qué animal conseguiría la mayor distancia tras el primer salto.

El profesor en cada recta expresó la distancia recorrida por cada animal en el primer salto. Los alumnos pudieron identificar al conejo, quien realizaba los saltos más largos (cada salto de medio metro). Algunos estudiantes ya intuían el resultado sin la utilización de procedimientos matemáticos, haciendo uso únicamente del sentido común. Esto, debido a la marcada y evidente diferencia de tamaño de los animales; el conejo es más grande que la rana y el chapulín, por ende, los saltos del conejo debían ser de mayor longitud, comparados con los de la rana y los del chapulín.

Para la segunda actividad, tenían que identificar a qué distancia llegarían los animales con determinados saltos. El conejo realizó tres saltos de medio metro cada uno (recorrió un metro y medio), la rana realizó seis saltos de un cuarto de metro (recorrió un metro y medio) y el chapulín realizó 12 saltos de un octavo de metro (recorriendo igualmente un metro y medio). Posteriormente, el profesor preguntó si reconocían las distancias recorridas por cada animal: “¿Qué distancia recorrieron todos?”, y los estudiantes fácilmente identificaron que las distancias eran equivalentes: “Lo mismo, un metro y medio”.

La mayoría de los ejercicios planteados por el profesor eran extraídos de distintas guías de apoyo o de su elaboración propia, y tenía como última opción la utilización del libro de texto. Y fue debido a que el profesor no tuvo acceso a su material usual, que se vio obligado a utilizarlo. Esto contrasta con lo mencionado por Cabañas *et al.* (2017), ya que ellos reconocen al libro de texto como el principal apoyo de los docentes en el contexto mexicano.

El docente pudo sobreponerse a dificultadas que tuvo en el acceso de su material didáctico original, utilizando otros recursos que tenía a su disposición. Si bien el profesor rara vez se apoyaba en el libro de texto, lo que sí se confirmó fue que el docente privilegiaba el uso de material didáctico elaborado por otros autores, en lugar de crear sus propias situaciones matemáticas o de adaptar situaciones existentes en su contexto específico.

Fazio y Siegler (2010) mencionan que otra de las complicaciones que pueden surgir con la definición "partes de un todo", es que los alumnos no suelen reconocer a las fracciones mixtas (5/2, 6/3, 8/4) como fracciones, debido a que, si fraccionaste un objeto en, por ejemplo, tres pedazos –3/3–, es imposible para ellos, que obtengas un cuarto pedazo del objeto dividido –4/3–.

Esto ocasiona también que los alumnos no reconozcan a las fracciones como números con magnitudes. Es por esto que sugieren la utilización de rectas numéricas en la instrucción de fracciones, comentando: "Las rectas numéricas pueden ser aplicadas a todas las fracciones y ellas ilustran que cada fracción corresponde a una cierta magnitud".

CONCLUSIÓN

El estudio de las fracciones ha sido y sigue siendo de gran relevancia en la educación básica en los distintos sistemas educativos a nivel internacional. A pesar de múltiples investigaciones en el tema, diversas problemáticas se siguen presentando en su impartición y aprendizaje. Los estudiantes siguen teniendo dificultades al momento de operar con fracciones, optando en ocasiones en realizar la conversión de fracciones a número decimal, e incluso, ni siquiera enfrentar el reto de operar con ellas.

Para dar respuesta a la primera pregunta de investigación planteada: “¿Qué estrategias discursivas son empleadas por el docente para la introducción y enriquecimiento de la noción de fracción?”, al inicio de todas las sesiones, el profesor hacía preguntas de introducción. Esto, para formar un puente entre los conocimientos previos de los alumnos y los nuevos temas que se tratarían.

Al ser un tema de estudio nuevo para los alumnos, en ocasiones no entendían los términos e indicaciones empleados por los profesores. Por ello, si después de dar una explicación formal del tema, los alumnos no comprendían las preguntas que formulaba el profesor, se optaba por realizar preguntas más específicas a los alumnos, con el objeto de redirigir la actividad, haciendo uso de la transposición didáctica y recurriendo a usar ejemplos cercanos a los niños –pedazos de pan, galletas, pizzas, entre otros–.

Asimismo, el profesor retroalimentaba a los alumnos haciendo uso de las aportaciones realizadas por los alumnos, para ejemplificar de una manera más clara sus puntos, y para validar y darle confianza a sus aportaciones.

Daremos respuesta a la segunda pregunta planteada: “¿Cuáles son las principales dificultadas y dudas presentadas por los alumnos en el aprendizaje de las fracciones?”.

Si bien el docente utilizó la definición “partes de un todo”, para introducir a los alumnos en el estudio de las fracciones, no se identificó alguna problemática generada por esta definición.

Esto, debido en gran medida a que el profesor, al inicio de una de las lecciones, especificó a los alumnos que no sólo existían las fracciones propias, sino también impropias y mixtas, lo cual resultó muy beneficioso y enriquecedor para los posteriores temas.

No se descarta la existencia de problemáticas conceptuales generadas por esta definición, y reconocemos que se debe ser muy cuidadoso al momento de la conceptualización inicial de las fracciones, en el entendido de que la definición "partes de un todo" puede causar problemáticas en el estudio de temas de mayor complejidad de futuras y más avanzadas investigaciones.

Otra de las problemáticas identificadas se encontró en la comparación de fracciones con distinto denominador, debido a que los alumnos tenían dificultades en comprender que si se comparaban dos o más fracciones, el hecho de que una tuviera un denominador mayor, ello no significaba necesariamente que su valor fuera mayor. Existen actividades que ayudan con esta problemática, como la utilización de rectas numéricas.

Por último, otra problemática identificada no fue necesariamente relacionada con conceptos matemáticos. En algunas ocasiones, los alumnos tuvieron dificultades para trabajar en la repartición de objetos planteados por el profesor, debido a que éstos eran poco claros para ellos, o estaban alejados de su contexto, lo que les impedía trabajar con ellos.

Consideramos que al momento de establecer situaciones, es fundamental utilizar ejemplos cercanos al contexto de los alumnos y, en caso de utilizar figuras geométricas, que éstas sean diversas y no estereotipadas. Esto permitiría que los alumnos no caigan en la confusión de pensar que hay representaciones que pueden ser fraccionadas y otras que no.

Por lo general, hay que utilizar una gran variedad de ejemplos para la enseñanza de fracciones, para que los alumnos comprendan que todos los objetos o conjuntos pueden ser fraccionados, aunque dejando en claro las limitaciones en la vida real, como por ejemplo, la imposibilidad de dividir conjuntos de personas, animales u objetos.

Es por esto que es importante hacer un profundo análisis y reflexión de las estrategias empleadas al momento de la enseñanza de este tema. Es fundamental la diversificación en las estrategias y el material con el cual se imparte este tema, para una mejor comprensión y desarrollo de la noción de fracción.

El docente no puede limitarse a la enseñanza de fracciones únicamente haciendo ejemplos en el pizarrón, debiendo considerar la utilización de material concreto, que permita a los estudiantes el enriquecimiento de la noción de fracciones. Es decir, plantear actividades más cercanas al contexto de los estudiantes, que resulten más significativas, ayudándoles a comprender qué es lo que realmente ocurre cuando se fractura un objeto o varios objetos.

REFERENCIAS

BALL, D. (1991). "What's all this Talk about Discourse?", *Arithmetic Teacher*, 39 (3), pp. 44-48.

CABAÑAS, G; SALAZAR, V. y NOLASCO, H. (2017). *Tareas que potencian el desarrollo del pensamiento algebraico temprano. Pensamiento algebraico en México desde diferentes enfoques*, Colección de Procesos Educativos, México, pp. 13-36.

CANDELA, A. (1999). *Ciencia en el aula. Los alumnos entre la argumentación y el consenso*, México, Paidós.

CAZDEN, C. (1991). E*l discurso en el aula. Temas de educación*, Ministerio de Educación y Ciencia, México, Paidós.

CHEVALLARD, Y. (1998). "La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado", Gilman (trad.), *Psicología Cognitiva y Educación*, Ed. Argentina Aique, pp. 45-66.

CORTINA, L; ZÚÑIGA, C. y VISNOVSKA, J. (2013). "La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones", *Educación Matemática*, 25 (2), pp. 7-29.

FANDIÑO, M. (2014). *Las fracciones, aspectos conceptuales y didácticos*, México, NEISA.

FAZIO, L. y SIEGLER, R. (2010). *Enseñanza de las fracciones*, Suiza, Academia Internacional de la Educación y la Oficina Internacional de Educación (UNESCO).

FREUDENTHAL, H. (1983). "Didactical Phenomenology of Mathematical Structures", Dordrecht, Reidel, Puig (trad.), *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados*, México, CINVESTAV, 2001.

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN (2016). *Resultados nacionales PLANEA 2015, Matemáticas*, Fascículo 10.

JOSSE, E. y ROBERT, A. (1993). "Introduction de l´homothetie en seconde, analyse de deux discours de professeurs", *Recherche en Didactique des Mathématiques,* 14 (2), pp. 119-154.

OLVERA, X. (2017). *Futuros docentes en formación inicial en la construcción del conocimiento de los significados que se asocian a la fracción*, tesis inédita, México, Universidad Autónoma de Tamaulipas.

PIMM, D. (1991). *El lenguaje matemático en el aula,* Madrid, Morata.

REBOLLO C., M.A. (2001). *Discurso y educación,* España, Mergablum.

RESÉNDIZ, E. (2004). *La variación en las explicaciones de los profesores en situación escolar, tesis inédita de doctorado,* México, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

_______ (2006). "La visión y las explicaciones didácticas de los profesores en situaciones escolares", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 9 (3), pp. 435-458.

_______ (2010). "El discurso en la clase de matemáticas y los acuerdos sociales. La noción de variación", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 13 (4), pp. 99-112.

RÍOS, Y. (2011). "Concepciones sobre las fracciones en docentes en formación en el área de matemática", *Omnia,* 17 (1), pp. 11-33.

VALDEMOROS, M. (2010). "Dificultades experimentadas por los maestros de primaria en la enseñanza de fracciones", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 13 (4), pp. 423-440.

VYGOTSKY, L. (1984). "Aprendizaje y desarrollo intelectual en edad escolar", *Revista de Infancia y Aprendizaje,* Núm. 27/28.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA (2011). *Guía de estudio 2011 para el Maestro, Educación Básica Primaria, Tercer Grado,* México, SEP.

_______ (2015). *Desafíos matemáticos, Libro para el Alumno,* Tercer Grado, p. 107.

SIERPINSKA, A. (1994). *Understanding in Mathematics. Studies in Mathematics Education,* Series: 2, The Falmer Press.

SFARD, A. (2002). "Learning Mathematics as Developing a Discourse", en R. Speiser y C. Maher (Eds.), *Proceedings of*

21st Conference of PME-NA X, Columbus, Ohio, Clearing House for Science, Mathematics, and Environmental Education

Evelia RESÉNDIZ BALDERAS
Maestra en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa (1994) y doctora en Ciencias en Matemática Educativa (2004) por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Investigadora asociada al Centro Multidisciplinario de Investigaciones Regionales, UAT. Profesora de tiempo completo de la Unidad Académica Multidisciplinaria de Ciencias, Educación y Humanidades de la Universidad Autónoma de Tamaulipas (UAT). Miembro del Sistema Nacional de Investigadores Nivel 1. Línea de investigación: Discurso matemático en el aula.
Correo Elec.: erbalderas@docentes.uat.edu.mx

Carlos Alberto GONZÁLEZ SALAZAR
Estudiante de la Licenciatura en Ciencias de la Educación con acentuación en Enseñanza de las Matemáticas en la Universidad Autónoma de Tamaulipas (UAT). Ha participado en congresos nacionales e internacionales relacionados con la enseñanza de las matemáticas, en eventos de difusión de la ciencia. Ha fungido como juez en las Olimpiadas de Matemáticas de Tamaulipas. Línea de investigación: discurso matemático en el aula.
Correo Elec.: a2153030001@alumnos.uat.edu.mx